

# ОПТИКО-

МЕХАНИЧЕСКАЯ ПРОМЫШЛЕННОСТЬ

8

1986

Пластинку с такой матрицей Джонса можно использовать как компенсатор. При этом пластина эллиптическим Импринтингом сплошь с вектором Джонса  $\begin{pmatrix} A \\ iB \end{pmatrix}$  превращает в линейно поляризованный. Угол между плоскостью поляризации прошедшего света и плоскостью поляризации компоненты  $A$  падающего света  $\chi$  будет равен:

$$\chi = 90^\circ - 2\Phi + \operatorname{arctg} \frac{B}{A} = \arcsin \frac{2\sigma}{\sqrt{1-\sigma^2}} + \operatorname{arctg} \frac{B}{A}.$$

В отличие от обычного компенсатора в данном случае имеется дополнительный член  $\arcsin \frac{2\sigma}{\sqrt{1-\sigma^2}}$ , связанный с гиротропией.

Оптические свойства пластины определяются с помощью уравнений (4). Формулы (4) позволяют рассчитать требуемые значения  $\Psi$  и  $\Phi$  для всего спектра пропускания материала. На рис. 3, 4 приведены зависимости от длины волны  $\lambda$  тла падения  $\Phi$  и азимута поляризации

изменения  $\Psi$  для пластины из кварца толщиной  $d = 1,39$  мм. Указанным способом можно рассмотреть пластины другой толщины и из другого материала.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Bowhuis G., Braat J. J. M. — Applied Optics and Optical Engineering, New York, 1983, vol. 9, p. 73–110.
2. Шерклифф У. Поляризованный свет. — М.: Мир, 1965.
3. Коченов В. Н., Шишкова Е. В. Техника средств связи, серия ТРПА, 1979, вып. 2, с. 120–125.
4. Справочник по лазерам/Под ред. Прохорова А. М. М.: Сов. радио, 1980.
5. Константилова А. Ф., Иванов Н. Р., Гречушкин Б. Н. — Кристаллография, 1969, т. 14, вып. 2, с. 283–292.
6. Кизель В. А., Красилов Ю. И., Бурков В. И. — УФН, 1974, т. 114, вып. 2, № 10, с. 295–349.

Поступила в редакцию 22.10.85.

УДК: 535.417.2 : 621.378.3

## СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛОЖЕНИЯ ОСИ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН ОПТИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА

Е. Ф. ИЩЕНКО, А. В. КАРПИЛЕНКО

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время лазеры нашли широкое применение в различных приборах и устройствах, действие которых основано на фиксировании определенного направления в пространстве. Обычно это направление сопряжено с осью собственных волн оптического резонатора или, другими словами, с осью диаграммы направленности (ОДН) излучения лазера, в связи с чем большое значение имеет изучение пространственной стабильности ОДН. Этому вопросу посвящен ряд работ [1–3], в которых изменение положения ОДН рассматривается как следствие детерминированных разъюнировок, возмущений оптических элементов резонатора. Однако часто наши представления о факторах, влияющих на изменение оптической структуры резонатора, не позволяют однозначно детерминировать положение ОДН. Если исключить основные регулярные факторы, то оставшаяся часть перемещений ОДН часто носит случайный характер. Это обстоятельство подводит к идею использования методов статистического анализа при рассмотрении стабильности ОДН.

### ПОНЯТИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОСЕВОЙ КАУСТИКИ

Рассмотрим произвольный резонатор, образованный рядом оптических элементов. В их число могут быть включены зеркала, призмы, диафрагмы, оптические среды, заполняющие резонатор (в том числе и активная среда) и другие устройства.

Положение ОДН задается расположением преломляющих и отражающих поверхностей, а также распределением оптической плотности сред. Исходная совокупность этих характеристик определяет номинальную структуру резонатора. Пусть случайное возмущение  $i$ -го параметра вызывает пропорциональное смещение оси резонаторного пучка в некотором сечении ( $z$ ) вне резонатора. Тогда коэффициент пропорциональности можно рассматривать как некий передаточный коэффициент  $c_i(z)$ , определяющий зависимость возмущающего фактора. Зададим также статистическую связь различных возмущений матрицей моментов  $\lambda_{ij}$ . При учете всех

возмущений дисперсия смещения оси в рассматриваемом сечении ( $z$ ) определяется как [4]

$$\sigma^2(z) = \sum_{i,j} \lambda_{ij} c_i(z) c_j(z), \quad (1)$$

где  $\lambda_{ij}$  — центральные моменты второго порядка различных возмущений ( $\lambda_{ii} = \lambda_{jj}$ ).

Пока разъясняющие возмущения резонатора настолько малы, что ОДН совпадает с линией, вдоль которой распространяется самосопрягающийся после каждого обхода луч, зависимость  $c_i(z)$  линейна:

$$c_i(z) = c_{i0} + c_{ii} z. \quad (2)$$

Коэффициенты зависимости  $c_i(z)$  определяются геометрией резонатора и в общем случае могут быть вычислены методами матричной оптики. Как следует из сопоставления (1) и (2), дисперсия колебаний оси в некотором сечении ( $z$ ) может быть представлена соотношением

$$\sigma^2(z) = A + B(z - z_0)^2, \quad (3)$$

где

$$A = \sum_{i,j=1}^n \lambda_{ij} c_{i0} c_{j0} - \frac{\left( \sum_{i,j=1}^n \lambda_{ij} c_{j0} c_{ii} \right)^2}{\sum_{i,j=1}^n \lambda_{ij} c_{ii} c_{ji}}, \quad (3a)$$

$$B = \sum_{i,j=1}^n \lambda_{ij} c_{ii} c_{ji}, \quad (3b)$$

$$z_0 = - \frac{\sum_{i,j=1}^n \lambda_{ij} c_{j0} c_{ii}}{\sum_{i,j=1}^n \lambda_{ij} c_{ii} c_{ji}}. \quad (3c)$$

Практический интерес представляет среднее квадратичное отклонение положения ОДН:

$$\sigma(z) = \sqrt{A + B(z - z_0)^2}. \quad (4)$$

Выражение (4) описывает гиперболическую образующую поверхности, которую можно назвать статистической осевой каустикой (СОК) собственных волн оптического резонатора. Направляющая СОК может быть произвольной замкнутой кривой. Координате  $z = z_0$  соответствует такое сечение СОК, где и дисперсия и

среднее квадратичное отклонение ОДН минимальны, причем величина  $A$  определяет минимальную дисперсию, а величина  $B$  — наклон асимптоты:

$$\sigma(z_0) = \sqrt{A}, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \left( \frac{\sigma(z)}{z} \right) = B.$$

Таким образом, СОК является адекватной характеристикой нестабильности ОДН собственных волн оптического резонатора и может рассматриваться как самостоятельный объект.

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СОК ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

На практике лазерный пучок нередко преобразуют с помощью коллимирующих, фокусирующих и других оптических систем. Возникает вопрос о преобразовании СОК такими системами. В общем случае для описания СОК на выходе оптической системы можно использовать выражения (3) ... (3в), включив в рассмотрение оптические элементы преобразующей системы. Другой путь состоит в нахождении параметров СОК на выходе оптической системы по известным (например, измеренным) параметрам исходной СОК.

Рассмотрим сначала преобразование СОК идеальной неподвижной центрированной тонкой линзой с апертурой, значительно превосходящей диаметр СОК. Пусть падающая на линзу СОК описывается уравнением

$$\sigma^2(z) = A + Bz^2,$$

(начало координат находится в «перетяжке» СОК), а линза с фокусным расстоянием  $f$  расположена в плоскости  $z=l$ . Для преобразованной СОК можно получить:

$$\sigma'^2(z') = A' + B'(z' - z'_0)^2, \quad (5)$$

где

$$A' = \frac{ABf^2}{A + B(l-f)^2}, \quad (5a)$$

$$B' = \frac{A + B(l-f)^2}{f^2}, \quad (5b)$$

$$z'_0 = f \frac{A + Bl(l-f)}{A + B(l-f)^2}, \quad (5c)$$

$$z' = z - l. \quad (5d)$$

Отметим, что  $A'B' = AB$  не зависит от положения и оптической силы неподвижной линзы и может служить числовой характеристикой нестабильности ОДН исходного источника излучения.

Введем комплексный параметр  $s(z)$ :

$$\frac{1}{s(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\sqrt{AB}}{A + Bz^2},$$

где  $i$  — минимая единица, а  $R(z) = z \left( 1 + \frac{A}{Bz^2} \right)$ .

Легко показать, что комплексные параметры падающей и преобразованной СОК связаны соотношением:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} - \frac{1}{f}. \quad (6)$$

Так как  $\frac{ds}{dz} = 1$ , то для однородного промежутка длиной  $h$

$$s(z+h) = s(z) + h. \quad (7)$$

Таким образом, для однородного пространства (7) и для тонкой неподвижной линзы (6) выполняется соотношение  $s' = (as+b)/(cs+d)$ , где  $a, b, c, d$  — элементы матрицы однородного пространства или тонкой линзы. Учи-

тывая, что любую идеальную оптическую систему можно представить в виде последовательно расположенных тонких линз и однородных пространств, можно записать закон преобразования комплексного параметра СОК сложной оптической системой, совпадающей с законом ABCD матричной оптики [5]:  $s' = (as+b)/(cs+d)$ . Здесь  $a, b, c, d$  — элементы лучевой матрицы сложной системы.

Следует подчеркнуть, что, несмотря на совпадение формализмов описания, оптическая система по-разному преобразует гауссов пучок излучения и его СОК. Например, при преобразовании тонкой линзой гауссова пучка, координата «перетяжки» которого совпадает с координатой «перетяжки» его СОК, положения «перетяжек» преобразованного пучка и преобразованной СОК, вообще говоря, не совпадают. Это позволяет синтезировать оптические системы, дающие минимальную дисперсию положения ОДН в требуемом сечении.

Обратимся теперь к реальным оптическим системам. Совершенно ясно, что пространственная нестабильность элементов таких систем влияет на статистику оси прошедшего пучка. Для учета этого влияния рассмотрим идеальную линзу, которая колеблется случайным образом, причем колебания линзы и оси пучка не коррелируют. Пусть СОК, преобразованная неподвижной линзой, представляется формулами (5), а дисперсия колебаний линзы равна  $\sigma_L^2$ . Тогда для СОК, преобразованной нестабильной линзой, получим:

$$\sigma''(z') = A'' + B''(z' - z'_0)^2,$$

где

$$A'' = A' + \frac{B' z'_0 \sigma_L^2}{B' f^2 + \sigma_L^2}, \quad B'' = B' + \sigma_L^2/f^2,$$

$$z''_0 = z'_0 \left( 1 - \frac{\sigma_L^2}{B' f^2 + \sigma_L^2} \right).$$

Видно, что  $A''B'' > A'B' = AB$ , т. е. линза, колебания которой не коррелируют с колебаниями оси исходного пучка, увеличивает нестабильность оси преобразованного пучка. Аналогично преобразуют СОК и другие нестабильные в пространстве оптические элементы.

## ВЫВОДЫ

Статистический подход к вопросу о стабильности ОДН резонаторного пучка приводит к понятию статистической осевой каустики (СОК). Знание СОК позволяет оптимизировать выбор рабочего сечения пучка, совмещая его с сечением минимальной дисперсии положения оси. Стабильные в пространстве идеальные оптические системы преобразуют СОК в соответствии с законами матричной оптики. В нестабильных оптических системах, когда микроколебания преобразующих оптических элементов не коррелируют с колебаниями оси падающего излучения, возрастают как угол расходности, так и диаметр «перетяжки» СОК.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Волоцкий А. А. — Измерительная техника, 1984, № 4, с. 22—23.
2. Бронников В. Н. — ОМП, 1983, № 9, с. 5.
3. Белозерцев А. Н., Исаев А. И., Новиков Н. И. — Измерительная техника, 1984, № 4, с. 20—22.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968. 720 с.
5. Ищенко Е. Ф. Открытые оптические резонаторы. М.: Сов. радио, 1980. 200 с.

Поступила в редакцию 23.08.85.